MACROECONOMETRIA II

Mestrado em Econometria Aplicada e Previsão

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Jorge Caiado
Departamento de Matemática e CEMAPRE
Instituto Superior de Economia e Gestão/Universidade de Lisboa
Email: jcaiado@iseg.utl.pt
Web: http://pascal.iseg.utl.pt/~jcaiado/

Lisboa

1. Considere o seguinte modelo VAR(1) bivariado

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.2 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

a) Será Y_{1t} um processo estacionário?

b) Determine A_1^2 e A_1^3. Será que A_1^n se aproxima de 0 (isto é, da matriz nula) à medida que n aumenta?

c) Analise o comportamento da função de resposta de Y_{1t} ao impulso de um choque em ε_{1t} e ao impulso de um choque em ε_{2t}.

d) Suponha que $\varepsilon_{1t} = u_{1t} + 0.5u_{2t}$ e $\varepsilon_{2t} = u_{2t}$. Analise o comportamento da função de resposta de Y_{1t} ao impulso de um choque em u_{1t}? E em u_{2t}?

e) Suponha que $\varepsilon_{1t} = u_{1t}$ e $\varepsilon_{2t} = 0.5u_{1t} + u_{2t}$. Analise o comportamento da função de resposta de Y_{1t} ao impulso de um choque em u_{1t}? E em u_{2t}?

f) Com base nas resposta às alíneas d) e f), explique a importância da ordenação das variáveis na decomposição de Choleski.

2. Considere o seguinte modelo VAR(2) tri-dimensional:

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \\ Y_{3t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.7 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0.1 \\ 0.9 & 0 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \\ Y_{3,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0.2 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-2} \\ Y_{2,t-2} \\ Y_{3,t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \\ \varepsilon_{3t} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0.26 & 0.03 & 0 \\ 0.03 & 0.09 & 0 \\ 0 & 0 & 0.81 \end{bmatrix} = PP' \qquad P = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.1 & 0 \\ 0 & 0.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0.9 \end{bmatrix}$$

a) Mostre que o processo $Y_t = (Y_{1t}, Y_{2t}, Y_{3t})'$ é estável?

b) Determine o vector da média de Y_t.

c) Calcule as matrizes de coeficientes $\Psi_1, \Psi_2, \ldots, \Psi_5$ da representação MA do processo Y_t.

3. Suponha que os resíduos de um modelo VAR conduziram às seguintes grandezas: $Var(\varepsilon_{1t}) = 0.75$, $Var(\varepsilon_{2t}) = 0.5$ e $Cov(\varepsilon_{1t}\varepsilon_{2t}) = 0.25$.

a) Mostre que não é possível identificar o modelo VAR estrutural.

b) Usando a decomposição de Choleski para $b_{12} = 0$, proceda à identificação dos valores de b_{21}, $Var(u_{1t})$ e $Var(u_{2t})$.

c) Usando a decomposição de Choleski para $b_{21} = 0$, proceda à identificação dos valores de b_{12}, $Var(u_{1t})$ e $Var(u_{2t})$.

d) Usando a decomposição de Sims-Bernake para $b_{12} = 0.5$, proceda à identificação dos valores de b_{21}, $Var(u_{1t})$ e $Var(u_{2t})$.

e) Usando a decomposição de Sims-Bernake para $b_{21} = 0.5$, proceda à identificação dos valores de b_{12}, $Var(u_{1t})$ e $Var(u_{2t})$.

f) Suponha que as primeiras três observações residuais de ε_{1t} são 1,0 e -1 e as primeiras três observações residuais de ε_{2t} são -1,0 e 1. Determine as primeiras três observações dos choques u_{1t} e u_{2t} com base em cada uma das decomposições efectuadas nas alíneas b) a e).

4. Na base de dados em EViews encontra uma página designada por "Money_demand" com as seguintes séries macroeconómicas dos Estados Unidos: PIB real (*RGDP*), PIB nominal (*GDP*), oferta de moeda (*M2*) e a taxa de juro de bilhetes do tesouro a 3 meses (*TB3MO*). Construa as seguintes variáveis:

DLRGDP=ln(*RDG*P)-ln(*RDGP*(-1))

PRICE=*GDP*/*RGDP* (deflactor do GDP)

DLRM2=ln(*M2*/*PRICE*)-ln(*M2*(-1)/*PRICE*(-1))

DRS=*TB3MO*-*TB3MO*(-1)

a) Estime um VAR(12) tri-dimensional para as variáveis *DLRGDP*, *DLRM2* e *DRS* (inclua um vector de constantes).

b) Calcule as estatísticas multivariadas AIC e BIC.

c) Reestime o modelo VAR usando 8 desfasamentos para cada variável.

d) Teste a adequação da ordem de desfasamento do VAR através do teste do rácio de verosimilhanças.

e) Com base no modelo VAR(12), mostre que a variável *DRS* não é exógena para as outras duas variáveis do sistema.

f) Proceda a testes de causalidade à Granger para as especificações VAR(8) e VAR(12).

g) Obtenha as funções de resposta a impulsos (a 12 passos) e os respectivos intervalos de confiança com dois desvios padrão.

5. Considere o seguinte modelo VAR(1) bivariado

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{10} \\ a_{20} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

a) Mostre que a solução de Y_{1t} pode escrever-se na forma

$$Y_t = \left[(1-a_{22}L)\varepsilon_{1t} + (1-a_{22})a_{10} + a_{12}L\varepsilon_{2t} + a_{12}a_{20}\right] / \left[(1-a_{11}L)(1-a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2\right]$$

b) Determine a solução de Y_{2t}.

c) Suponha que Y_{1t} e Y_{2t} são *CI*(1,1). Escreva o modelo de correcção do erro. Mostre que o modelo de correcção do erro contém um termo independente.

d) Mostre que Y_{1t} e Y_{2t} têm o mesmo termo de tendência determinística (isto é, os coeficientes associados aos termos de tendência são idênticos).

e) Qual a condição para que o coeficiente do termo de tendência seja zero? Mostre que esta condição faz com que a constante possa ser incluída no vector cointegrante.

6. Na base de dados do EViews encontra uma página intitulada "Quarterly_US" com as séries temporais das taxas de juro de títulos públicos a três meses (TBILL), a três anos (R3) e a dez anos (R10), nos Estados Unidos, entre 1960Q1 a 2008Q1 (base trimestral).

a) Teste a presença de uma raiz unitária em cada uma das séries temporais com base do teste ADF. Considere um nível de 5%.

b) Estime as equações de cointegração com base na metodologia de Engle-Granger. Teste a presença de uma raiz unitária nos resíduos das equações de cointegração. Serão as variáveis cointegradas?

c) Estime modelos de correcção do erro usando sete desfasamentos de cada variável. Use o vector dos resíduos obtidos na alínea b) como termos de correcção do erro e não inclua termos independentes.

d) Efectue testes de avaliação do diagnóstico aos modelos estimados na alínea c). Será que as três séries residuais têm comportamentos análogos a ruídos brancos? Serão os comprimentos dos desfasamentos adequados?

e) Ainda em relação aos modelos estimados na alínea c), será que alguma das taxas de juro é exogenamente fraca?

f) Estime o modelo usando o método de Johansen e teste a cointegração entre as variáveis. Considere sete desfasamentos e inclua um termo independente no vector cointegrante.

7. Suponha que se estimou a seguinte matriz Π:

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.6 & -0.5 & 0.2 \\ 0.3 & -0.25 & 0.1 \\ 1.2 & -1.0 & 0.4 \end{bmatrix}$$

a) Mostre que o determinante de Π é zero.

b) Mostre que duas das raízes características são zero e a terceira é 0.75.

c) Seja $\beta' = (3, -2.5, 1)$ o único vector cointegrante normalizado em relação a Y_{3t}, determine o vector α tal que $\Pi = \alpha\beta'$. Que alteração ocorreria em α se β for normalizado em relação a Y_{3t}?

d) Como poderia testar a restrição $\beta_1 + \beta_2 = 0$

8. Considere o seguinte modelo VAR(1) bivariado

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ X_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.3 \\ 0.1 & 0.6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ X_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

g) Será o modelo estável?

h) Qual a função de resposta de Y_t ao impulso de um choque em ε_{1t}? E ao impulso de um choque em ε_{2t}.

i) Será que a função de resposta de Y_t ao impulso de um choque em ε_{1t} se alteraria no caso de $a_{10} = 0.2$? Justifique.

9. Considere o seguinte modelo VAR(1) bivariado

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ X_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ X_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{bmatrix}$$

a) Mostre que cada uma das variáveis, Y_t e X_t, é $I(1)$.

b) Mostre que as variáveis Y_t e X_t são cointegradas. Qual o vector de cointegração?

c) Represente o modelo na forma MA.

d) Represente o modelo na forma de correcção do erro.

10. Com base num modelo VAR com 3 variáveis, foi estimada a seguinte matriz Π:

$$\Pi = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.4 & 0 \\ 0.2 & 0.1 & 0 \\ 0.75 & 0.25 & 0.5 \end{bmatrix}$$

a) Determine as suas raízes características.

b) Seja $\beta = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.75 \\ 0.4 & 0.25 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}$. Determine a matriz α (3×2), tal que $\Pi = \alpha\beta'$.

c) Se β for normalizado em relação a Y_{2t}, qual a matriz α daí resultante?

11. Considere o seguinte modelo VAR(1) bivariado:

$$(I - A_1 L)Z_t = \varepsilon_t ,$$

onde: $Z_t = (X_t, Y_t)'$, $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})'$, $A_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.4 \\ 0.1 & 0.8 \end{bmatrix}$ e $\Sigma_\varepsilon = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 \\ 0.6 & 1 \end{bmatrix}$

a) Será o processo Z_t estacionário? Justifique

b) Suponha que $\varepsilon_{1t} = u_{1t} - 0.5u_{2t}$ e $\varepsilon_{2t} = -0.5u_{1t} + u_{2t}$. Qual a função de resposta de X_t ao impulso de um choque em u_{1t}? E ao impulso de um choque em u_{2t}?

c) Suponha que os três primeiros valores de ε_{1t} foram 1, 0 e -1 os três primeiros valores de ε_{2t} foram -1, 0 e 1. Usando uma adequada decomposição estrutural impondo a restrição $Var(u_{1t}) = 2.33$, determine os primeiros três choques de u_{1t} e u_{2t}.

12. Considere o seguinte modelo VAR(2) bivariado:

$$(I - A_1 L - A_2 L^2)(1 - L)Z_t = \varepsilon_t ,$$

onde: $Z_t = (X_t, Y_t)'$, $\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t})'$, $A_1 = \begin{bmatrix} -0.26 & 0.54 \\ 0 & 0.48 \end{bmatrix}$, $A_2 = \begin{bmatrix} -0.51 & 0 \\ -0.27 & 0 \end{bmatrix}$

e $\Sigma_\varepsilon = \begin{bmatrix} 31.32 & 17.05 \\ 17.05 & 43.30 \end{bmatrix}$

a) Escreva cada uma das equações do processo Z_t sem o operador atraso.

b) Suponha que $X_1 = 608, \ldots, X_{52} = 639$, $X_{53} = 644$, $X_{54} = 564$, $Y_1 = 1016, \ldots, Y_{52} = 1390$, $Y_{53} = 1387$, $Y_{54} = 1289$. Determine a previsão a 1 passo à frente de X_t e Y_t com origem em $t = 54$.

13. Suponha que as variáveis Y_t e X_t são integradas de ordem 1 e 2, respectivamente, e podem ser representadas por processos do tipo passeio aleatório, $Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_{1t}$ e $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_{2t}$.

a) Mostre que a combinação linear $\beta_1 Y_t + \beta_2 X_t$ contém uma tendência estocástica.

b) Que pressuposto é necessário impor para que Y_t e X_t sejam CI(1,1)?

Soluções

1. a) Não

b) Não, $(A_1)^n \underset{n\to\infty}{=} \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$

c) $\varepsilon_{1t} \to Y_{1t} : 0.8; 0.68; 0.608$ $\quad\varepsilon_{2t} \to Y_{1t} : 0.2; 0.32; 0.392$

d) $u_{1t} \to Y_{1t} : 0.7; 0.52; 0.412$ $\quad u_{2t} \to Y_{1t} : 0.2; 0.32; 0.392$

e) $u_{1t} \to Y_{1t} : 0.8; 0.68; 0.608$ $\quad u_{2t} \to Y_{1t} : -0.2; -0.02; 0.088$

3. a) $Var(u_{1t}) = 0.75, b_{21} = -1/3$ e $Var(u_{2t}) = 5/8$

b) $Var(u_{1t}) = 5/8, b_{12} = -1/2$ e $Var(u_{2t}) = 0.5$

c) $Var(u_{1t}) = 1.125, b_{21} = -6/7$ e $Var(u_{2t}) = 61/98$

d) $Var(u_{1t}) = 0.75, b_{12} = -1$ e $Var(u_{2t}) = 0.9375$

f)

$b_{12} = 0:$ $Var(u_{1t}) = 2/3, b_{21} = 1$ e $Var(u_{2t}) = 0;$ $u_{1t} = (1,0,-1)$ e $u_{2t} = (0,0,0)$

$b_{21} = 0:$ $Var(u_{1t}) = 0, b_{21} = 1$ e $Var(u_{2t}) = 2/3;$ $u_{1t} = (0,0,0)$ e $u_{2t} = (-1,0,1)$

$b_{12} = 0.5:$ $Var(u_{1t}) = 1/6, b_{21} = 1$ e $Var(u_{2t}) = 0;$ $u_{1t} = (0.5,0,-0.5)$ e $u_{2t} = (0,0,0)$

$b_{21} = 0.5:$ $Var(u_{1t}) = 0, b_{21} = 1$ e $Var(u_{2t}) = 1/6;$ $u_{1t} = (0,0,0)$ e $u_{2t} = (-0.5,0,0.5)$

5. b) $Y_{2t} = [a_{21}L(a_{10} + \varepsilon_{1t}) + (1 - a_{11}L)(a_{20} + \varepsilon_{2t})]/[(1 - a_{11}L)(1 - a_{22}L) - a_{12}a_{21}L^2)]$

c) $\Delta Y_{1t} = \alpha_1(Y_{1,t-1} - \beta Y_{2,t-1}) + \varepsilon_{1t} + a_{10}$ $\quad\Delta Y_{2t} = \alpha_2(Y_{1,t-1} - \beta Y_{2,t-1}) + \varepsilon_{2t} + a_{20}$

com $\alpha_1 = -a_{12}a_{21}/(1 - a_{22});\ \alpha_2 = a_{21};\ \beta = (1 - a_{22})/a_{21}$

e) $Y_{1,t-1} - \beta Y_{2,t-1} + a_{20}/a_{21}$

7. b) $\lambda = (0,0,0.75)$

c) $\alpha = (0.2,0.1,0.4)$. Com $\beta' = (1,-5/6,1/3)$, tem-se: $\alpha = (0.6,0.3,1.2)$

d) $T[\ln(1 - \lambda_1^*) - \ln(1 - \hat{\lambda}_1^*)]$ para $r = 1$